

Date: Thu, 16 Sep 2004 02:37:23 +0900  
 From: 田中 礼三郎  
 To: atlas-j-sissoft@ml.post.kek.jp  
 Subject: [atlas-j-sissoft:00221] Jacobian

On 2004/09/15, at 15:03, taka.kondo wrote:

> GeoModelのプログラムにdetail geometryを入れるよう内藤・中村浩が作業  
 > している。geantino(何もinteraction起こさない粒子)を飛ばしてsimulationに  
 > installした物体の重量を計算する方法を開発できた。いままでの  
 > radiation length分布をとるプログラムをちょっと変えれば各パーツの重量  
 > が計算できる。http://atlas.kek.jp/si-soft/kondo/weight.htmlを参照。

いやー、近藤先生もマメですね。ちょっと復習のために証明しました。

この問題は、直交座標系(x,y,z)から極座標系(r,  $\theta$ ,  $\phi$ )変換へのヤコビアンの計算そのものです。

$$x = r \sin \theta \cos \phi, y = r \sin \theta \sin \phi, z = r \cos \theta \quad (1)$$

体積

$$V = \int dx dy dz = \int J dr d\theta d\phi \quad (2)$$

ヤコビ行列

$$J = \begin{vmatrix} dx/dr & dx/d\theta & dx/d\phi \\ dy/dr & dy/d\theta & dy/d\phi \\ dz/dr & dz/d\theta & dz/d\phi \end{vmatrix} \quad (3)$$

から行列式を計算するとヤコビアンは、

$$J = r^2 \sin \theta \quad (4)$$

従って、電磁気学で習った、

$$dV = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi \quad (5)$$

となります(計算しなくても、近藤先生の図からすぐ分かりますが)。

恒等式、

$$\frac{1}{\sin \theta} = - \frac{d\theta}{\sin^2 \theta} \quad (6)$$

(これは覚えておくと、どこかで役に立ちますね。

例: 90°方向の検出器のZのグラニュラリティーは、 $z = r \cos \theta$ )

を使うと、近藤先生の絵(円筒座標系 (r\_xy,  $\theta$ , z))にある

$$dV = (r \sin \theta)^2 dr d\theta d\phi = (r_{xy})^2 dr d\theta d\phi \quad (7)$$

となります。

重量は、密度を体積で積分すればよいので、

$$dW = \rho dV \quad (8)$$

ここで密度  $\rho$  は、 $r_{xy}$ にしか依存しないものとする、(7)を使って、

$$dW = \rho (r_{xy})^2 dr d\theta d\phi \quad (9)$$

従って、微少重量

$$dw = \rho (r_{xy})^2 dr \quad (10)$$

をステップdrごとに計算して積分すれば、

$$W = \int dw d\theta d\phi = \rho \int (r_{xy})^2 d\theta d\phi \quad (11)$$

となって、確かに近藤先生の公式は正しいことが分かります。

田中(礼)