

# ME-PS/PDF matching 問題

尾高 茂 (KEK)<sup>1</sup>

## 概要

LHC でのヒッグス粒子生成の測定を行うためには jet の付随する重い粒子生成過程の理解が重要であるが、その Monte Carlo event 生成では至る所に jet の double count 問題が現れる。本講演では、我々のグループ (NLO WG) の活動を紹介した後、問題の起源と解決策について解説する。

## 1 LHC 実験

CERN の LHC (Large Hadron Collider) [1] は 7 TeV の陽子ビームを衝突させることによって重心系エネルギー 14 TeV の陽子陽子衝突を実現する。加速器は旧 LEP トンネル内に建設中で、2006 年末の建設完了後、初期調整を経て 2007 年後半に 2 ヶ月程度の最初の物理実験を行う予定となっている。

LHC 実験の最大の目標は、本研究会の標題でもあるヒッグス粒子の発見とその性質の測定である。ヒッグス粒子はグルオン衝突からの単独生成も可能であるが、S/N 比を良くするために付加的なハドロン jet (hard な light quark/gluon に起因する jet 状のハドロンの束) の存在を要求する方が有利であるという指摘がある [2]。他の有力な生成過程として VBF (Vector-Boson Fusion) 過程がある [3]。この過程では前後方に生成される二つの jet の存在が重要になる。前者は QCD 補正そのものであるし、後者に類似の事象は QCD 補正効果としても大量に生成される。これらの定量的解析には QCD 効果からの jet 生成の理解が不可欠である。

この他に  $W$  や  $Z$  を伴う生成も重要であり、崩壊まで考慮すると多くの重要な過程はレプトンで識別できる  $W$  や  $Z$  粒子に複数のハドロン jet が付随する事象として観測されるはずである。ところが、陽子陽子衝突のようなハドロン衝突では、 $W/Z$  粒子生成の QCD 補正過程として同様の事象が大量に生成される。これらの巨大なバックグラウンドの中で、求めるヒッグス粒子生成を測定しなければ成らない [4]。測定を信頼できる物とするためには「jet を伴う  $W/Z$  粒子生成」の理解が不可欠となる。

これらの事象は多くの粒子を終状態に含むため、測定器の性能まで考慮した解析を行うためには Monte Carlo シミュレーションが必要である。その為には、まず物理過程をシミュレートするための event generator が必要になる。KEK を中心とした我々のグループ (NLO WG) は、その様な多体終状態を含む event generator の開発を行っている [5]。

この研究の過程で、我々はハドロン衝突からの jet を伴う重い粒子生成のシミュレーションにおける一般的な問題に遭遇した。この問題の存在はここ数年世界的にも広く認識され、いくつかの解決策が提案されている [6]。以下では、まず我々の活動の概略を紹介した後、問題点とその解決策について解説する。

## 2 NLO WG (NLO Working Group)

NLO WG はアトラス日本グループと KEK 数値解析グループ (南建屋グループ) との共同研究として、2000 年 1 月から活動を行っている。南建屋グループの開発した自動計算システム (GRACE) [7] を基にして、ハドロン衝突用の NLO (Next-to-Leading Order) event generator 自動生成システムを開発することを目標としている。この最終目標に向けて三つの開発を並行して進めている。

---

<sup>1</sup>e-mail: shigeru.odaka@kek.jp

まず, GRACE system のハドロン衝突への拡張である. PDF (Parton Distribution Function) への対応や multi-process への対応を追加して, GR@PPA という枠組みを作成した. この枠組みの基で多くの event generator を作成し公開している [8]. ただし, これらは今のところ全て LO (Leading Order) で計算されたものである.

NLO 自動計算を行うためには, vertex や propagator など Feynman diagram の各要素ごとに 1-loop 補正を追加する必要がある. 現在, massless 4 点 (box) まで組み込みが完了している [9]. また, PDF や PS (Parton Shower) を組み入れて実用的な event generator を作成するためには, これらと ME (matrix element) との double count を回避する手法を確立する必要がある. これについては後で述べる.

この他に, NLL (Next-to-Leading Log) PS の開発も行っている. NLO ME 計算との整合性を考えた場合は PDF/PS は NLL にする必要はある. NLL PDF は既に一般的な物になっているが, これに対応する始状態の NLL PS はまだ存在しない. これに関しては最近計算が完成し [10], 実用的なプログラムの開発が始まっている. 終状態に関しては, かつて南建屋グループによって開発されたプログラム [11] の再評価作業が行われている.

### 3 ME-PDF/PS Matching 問題

ハドロン衝突用 event generator では, LO あるいは NLO という限られた次数までの摂動計算と, collinear 近似で全ての次数を足し合わせた PDF や PS とを組み合わせる. 終状態に jet (light quark/gluon) を含む事象では, 十分な考慮を払わないと必ず double count 問題に遭遇する.

いわゆる double count 問題には二つの現れ方がある. 一つは異なる jet 数の event generator 間の double count である. 例えば  $n$ -jet ME に PS を付け加えれば  $n+1$  jets,  $n+2$  jets, ... の事象が生成される. PS は摂動 QCD の collinear 近似の帰結であるので, これらの寄与は  $(n+1)$ -jet ME,  $(n+2)$ -jet ME, ... にも含まれる. 単純にこれらを足し合わせれば必ず重複が生ずることになる. これは始状態と終状態の両方で起こり得る. PDF は始状態 PS の効果を全て積分したものと同等であるので, PS を使わない計算でも事情は変わらない.

もう一つは, 単一の event generator 内での double count である. PDF/PS では, 最終的に hard collision に寄与する始状態の parton は, 分岐のたびに virtuality ( $Q^2$ ) が増加し, ME に渡される時点で最大の virtuality を持つ. ところが ME は原理的に on-shell ( $Q^2 = 0$ ) の外線 parton しか扱えない. ME が始状態 parton からの radiation の寄与を含む場合には virtuality の逆転が起こり得る. これは ME で生成する jet よりも PS からの jetの方が hard に成り得る (典型的には大きな  $p_T$  を持ち得る) という現象として現れる. Jet が見えなくなる事象を生成しようとして event 生成を行ったら PS からの jet を観測してしまった, という状況が生ずる.

実験データ解析の際は, ハドロン化による揺らぎや測定の不完全性を考慮して, 最終的な cut よりも緩い条件で event 生成を行う. 例えば観測する jet にある  $E_T$  cut を課したいなら, 生成段階ではそれよりも小さな  $p_T$  cut を課す. Event 生成段階の断面積は  $p_T$  cut を下げれば増加するが, 揺らぎの範囲を超えて cut を小さくしたところで観測されるべき断面積は安定化する. 安定化したところに生成の cut を設定すれば良い. ところが上記の double count 効果が顕著であると, cut を小さくしても観測される断面積が増え続け, 生成段階の cut を決められなくなる.

この問題は PDF/PS と ME の分担する領域を明確に区別すれば回避できる. 切り分けのパラメータが factorization scale ( $\mu_F$ ) あるいは PS energy scale ( $\mu_{PS}$ ) である. これらは PDF/PS からの radiation の hard さの上限を与える. これに対応して ME 側ではこれらの energy scale 以下の radiation を排除する cut を導入すれば良い. これで double count は回避できる. しかし, ME には PDF/PS で考慮されていない non-collinear 項もある. 単純な切り分けでは上記 energy scale 以下のこれらの項の寄与を無視することになってしまう.

QCD の講義では、 $\mu_F$  は renormalization scale ( $\mu_R$ ) と同様に、計算すべき反応の典型的な energy scale に採るべきであると教えられる。W や Z などの生成過程では「典型的な energy scale」はこれらの質量である。では W + jet で  $p_T(\text{jet}) = 10 \text{ GeV}/c$  の場合の「典型的な energy scale」とは何か？上記の切り分けを考えるなら  $\mu_F$  は  $p_T(\text{jet})$  に採るべきであろう。しかし、これが反応の「典型的な energy scale」であろうか？全ての問題の起源はここにある。

$\mu_F = p_T(\text{jet})$  という選択で確かに double count が回避でき、これを十分小さく採れば non-collinear 項の引き過ぎ問題も回避できる。しかし、これだけでは 0 jet, 1 jet, 2 jets, ... の足し合わせは不完全である。W + jet の生成断面積は  $p_T(\text{jet})$  を小さくして行くと発散する。この発散はより多くの jet を生成する反応を無視しているために生ずるものである。この様な高次効果は collinear 近似の範囲では Sudakov form-factor として評価できる。足し合わせを行うためには何らかの方法でこの効果を取り込む必要がある。これは上記の「典型的な energy scale」問題の解決策でもある。

理論計算では通常 W + jet を tree と考えることはしないようである。あくまでも W 生成の NLO と考える。この場合は「典型的な energy scale」は自明である。しかし、我々は W + 4 jets などという多体反応も考えなければならない。これを W 生成の NNNNLO として計算するのは非現実的である。LO あるいは NLO 計算で何らかの予言を与える必要がある。

## 4 NLO での解決策

NLO 計算では non-radiative process ( $n$  jets) と radiative process ( $n+1$  jets) を足し合わせる必要がある。足し合わせの伝統的な方法は phase-space slice 法である。付加的な radiation が入射粒子あるいは他の生成粒子に対してある小さな cutoff 以上の  $Q^2$  を持つ領域だけを radiative process として計算し、cutoff 以下の部分は積分して non-radiative として扱う。Cutoff は人為的なものであるから観測に影響を与えては成らない。

QED の NLO 計算では、概ねこの条件を満たす小さな cutoff を設定することが出来る。ところが、QCD では coupling が大きいためにこの手法は破綻する。観測にかからないほど cutoff を小さくすると、non-radiative 断面積が大きな負の値に成ってしまう。これは event generation を行う上では致命的な問題になる。

この問題は subtraction 法によって解決できる [12]。Non-radiative process 中の Born 項に PDF/PS を適用すると、その最低次補正は radiative process の collinear 項に一致するはずである。これが double count の原因であるが、この事を逆に利用する。collinear 項を radiative process から引き去ってしまえば良い。引き去った物は non-radiative process に押し込める。こうすることによって、赤外発散の相殺は non-radiative process 内で処理され、radiative process には赤外安定な non-collinear 項のみが残される。collinear 項の寄与は non-radiative process に PS を適用することによって復活する。

この様な処方 is collinear 極限での解析的な計算では比較的簡単に行えるが、event generator では細心の注意が必要になる。Radiation は常に有限な  $p_T$  を持つため、kinematics まで含めて PS で行っている補正を忠実に再現して引き算を行わなければならない。PS では massless 粒子を有限な  $p_T$  を持つ二つの粒子に分岐させるなどという、通常では有り得ない操作を行う。Angular ordering を適用した PYTHIA PS の様な複雑なケースでは忠実な再現はほとんど不可能になる。

現在唯一のまともな NLO event generator である MC@NLO [13] では、HERWIG PS を基にしてこの手法を適用している。ただし、終状態に jet がある反応の NLO にはまだ対応できない。ほぼ同時期に独立に考案された栗原の LL subtraction も同様の手法である [9]。NLO WG はこの方法を拡張して、全ての反応に適用できる一般的な手法の確立を目指している。

## 5 CKKW 法

LO での multi-jet 過程の足し合わせ手法として CKKW (Catani-Krauss-Kuhn-Webber) 法 [14] が注目を集めている。これは元々はレプトン衝突からの multi-jet 生成に対して提案された手法であるが、最近、始状態からの radiation にまで拡張された [15]。

原理は以下の通りである。まず、jet の  $p_T$  cut や相互の separation cut ( $= \mu_F = \mu_{PS} = \mu_R$ ) を十分小さくして 0 jet, 1 jet, 2 jets, ... の event 生成を行う。生成した event を個々に PS の描象で解釈仕直す。すなわち PS の原理的あるいは近似的な ordering ( $p_T$ , angle など) を指針として jet 分岐の履歴を特定してしまう。この履歴に従って Sudakov form-factor と各分岐の QCD coupling を計算し、個々の event の weight を決める。この weight で event を足し合わせる。最後に、double count を避ける為の suppression あるいは rejection を適用しながら PS を付加する。

この手法では PDF/PS と同様に Sudakov form-factor が赤外安定性を保証する。最初の cut を十分小さくすれば non-collinear 項の引き過ぎ問題も回避できる。結果の精度は weight 計算の基になる PS で決まる。通常の LL 近似の PS ならば結果の精度は LL レベルになる。CKKW の元論文では、HERWIG 流の coherent PS を基にすることによって NLL の精度を実現できるとしている。

Krauss 達が開発を進めている SHERPA [16] には、 $W/Z + jets$  にこの手法を適用したものが組み込まれている。4 jets 程度まで足し合わせると Tevatron での  $W/Z$  の  $p_T$  分布が良く再現できる。ただし、あくまでも LO 計算なので絶対値の予言能力は無い。

## 6 まとめと新たな問題

以上のように、LHC でのヒッグス粒子生成の測定を行うためには jet の付随する重い粒子生成過程の理解が重要であるが、その event 生成では至る所に jet の double count 問題が現れる。NLO event generator と LO multi-jet の足し合わせに関しては解決策が提案され、既にいくつかのプログラムに組み込まれている。LO multi-jet 足し合わせについては私自身も別の提案を行っている [17]。これは NLO での解決策に類似した手法であるが今のところ余り進展はない。

NLO WG はあらゆる反応に適用可能な NLO event generator 自動生成システムの構築を目指している。この目標が達成できた暁には、我々は、例えば  $W$ ,  $W + jet$ ,  $W + 2 jets$ , ... の NLO event generator を手にすることになる。そうなると、LO に対する CKKW 法のような足し合わせ手法が必要になる。この問題に関しては未だ明確な解決策は無い。皆さんの知恵を拝借したい。

## 参考文献

- [1] <http://lhc-new-homepage.web.cern.ch/lhc-new-homepage/>.
- [2] A. Belyaev, T. Han, R. Rosenfeld, J. High Energy Phys. JHEP07 (2003) 021; B. Mellado, W. Quayle, S.L. Wu, Phys. Lett. B 611 (2005) 60.
- [3] D.L. Rainwater, D. Zeppenfeld, J. High Energy Phys. JHEP12 (1997) 005; S. Asai *et al.*, Eur. Phys. J. C 32, s02, s19 (2003).
- [4] ATLAS Collab., *ATLAS Detector and Physics Performance Technical Design Report*, CERN/LHCC/99-14 (May 1999).
- [5] <http://atlas.kek.jp/physics/nlo-wg/index.html>.

- [6] 例えば, Mini-workshop on Physics Simulation for LHC (Apr. 2004) での議論を参照:  
<http://www-conf.kek.jp/phsimlh/>.
- [7] <http://minami-home.kek.jp/>; T. Ishikawa *et al.*, *GRACE manual (v1.0)*, KEK Report 92-19; F. Yuasa *et al.*, Prog. Theor. Phys. (Suppl.) 138 (2000) 18.
- [8] <http://atlas.kek.jp/physics/nlo-wg/grappa.html>; S. Tsuno *et al.*, Comput. Phys. Commun. 151 (2003) 216.
- [9] <http://www-conf.kek.jp/phsimlh/kurihara.pdf>; Y. Kurihara *et al.*, Nucl. Phys. B 654 (2003) 301.
- [10] H. Tanaka, Prog. Theor. Phys. 110 (2003) 963.
- [11] K. Kato and T. Munehisa, Phys. Rev. D 36, 61 (1987).
- [12] S. Catani, M.H. Seymour, Nucl. Phys. B 485 (1997) 291.
- [13] <http://www.hep.phy.cam.ac.uk/theory/webber/MCatNLO/>; S. Frixione, B.R. Webber, J. High Energy Phys. JHEP06 (2002) 029; S. Frixione, P. Nason, B.R. Webber, J. High Energy Phys. JHEP08 (2003) 007.
- [14] S. Catani *et al.*, J. High Energy Phys. JHEP11 (2001) 063.
- [15] S. Mrenna, P. Richardson, J. High Energy Phys. JHEP05 (2004) 040.
- [16] <http://www.physik.tu-dresden.de/~krauss/hep/>; T. Gleisberg *et al.*, J. High Energy Phys. JHEP02 (2004) 056.
- [17] <http://www-conf.kek.jp/phsimlh/odaka.ppt>.